

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**(ФГБОУ ВО «ВГУ»)**

**УТВЕРЖДАЮ**

**Заведующий кафедрой**  
Информационных технологий и  
математических методов в экономике  
проф. Давнис В.В.  
23.04.2020 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.Б.08 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

**1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:**

38.03.01 Экономика

**2. Профиль подготовки/специализации:** мировая экономика

**3. Квалификация (степень) выпускника:** бакалавр

**4. Форма образования:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра информационных технологий и математических методов в экономике

**6. Составители программы:** Щекунских Светлана Станиславовна, к.ф.-м.н., доцент; Мокшина Светлана Ивановна, к.э.н., доцент.

**7. Рекомендована:** НМС экономического факультета ВГУ, протокол №4 от 16.04.20

**8. Учебный год:** 2021-2022    **Семестр(-ы):** 3.

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:** Целью изучения дисциплины является формирование устойчивых знаний, умений и навыков по применению вероятностного моделирования экономических систем, обработке результатов наблюдений методами математической статистики, проверке правдоподобия статистических гипотез.

**Задачами** изучения дисциплины являются:

- усвоение студентами теоретических и методических основ вероятностного моделирования экономических задач, статистической обработки результатов наблюдения, проверки правдоподобия статистических гипотез;
- изучение основных теорем, формул и законов теории вероятностей; освоение статистических методов обработки данных наблюдений;

- изучение основных статистических критериев проверки правдоподобия гипотез; применение методов теории вероятностей и математической статистики для вероятностного моделирования экономических задач;
- приобретение студентами практических навыков по вероятностному моделированию и статистической обработке данных с использованием компьютеров;
- формирование представлений об исследовании экономических систем методами вероятностного моделирования.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Базовая часть**

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-2	способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные понятия, теоремы и методы теории вероятностей и математической статистики необходимые для решения финансовых и экономических задач;</li> <li>- современные программные продукты, необходимые для решения финансовых и экономических задач;</li> <li>- о возможностях использования теоретико-вероятностных и статистических методов в профессиональной деятельности</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять математические методы для решению различных практических задач.</li> <li>- осуществлять поиск, сбор и анализ информации, необходимый для решения поставленной экономической задачи.</li> <li>- вычислять вероятностные характеристики, применять стандартные процедуры построения статистических оценок, проверки гипотез.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- понятийно-категориальным аппаратом теории вероятностей и математической статистики;</li> <li>- навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;</li> </ul>
ОПК-3	способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- теоретические положения всех разделов дисциплины</li> <li>- основы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения финансовых и экономических задач.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- осуществлять выбор соответствующего математического инструментария, необходимого для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей;</li> <li>- анализировать результаты расчетов, обосновывать полученные выводы;</li> <li>- формулировать выводы математических решений в экономических и финансовых понятиях и терминах.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками применения современного математического инструментария для анализа полученных данных;</li> <li>- навыками практического применения основных математических методов, приемов математического моделирования, методов создания и анализа математических моделей экономических задач.</li> </ul>
ПК-4	способностью на основе	<b>Знать:</b>

	<p>описания экономических процессов и явлений строить стандартные и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты</p>	<p>- основные положения современной аксиоматической теории вероятностей, типы случайных величин и основных законов распределения, методы построения статистических оценок, их свойства и характеристики, методы проверки статистических гипотез, способы описания статистических закономерностей при анализе случайных явлений.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- осуществлять поиск, сбор и анализ информации, необходимый для решения поставленной экономической задачи;</li> <li>- осуществлять выбор соответствующего математического инструментария, необходимого для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей;</li> <li>- анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты;</li> <li>- прогнозировать на основе стандартных математических моделей развитие экономических процессов и явлений;</li> <li>- представлять результаты аналитической и исследовательской работы в виде выступления, доклада, презентации, аналитического отчета с использованием графиков, таблиц, диаграмм.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;</li> <li>- методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов,</li> <li>- навыками самостоятельной и исследовательской работы.</li> </ul>
--	---	---

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.** (в соответствии с учебным планом) — 5 ЗЕТ/180 часов

**Форма промежуточной аттестации** (зачет/экзамен) экзамен

**13. Виды учебной работы:**

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		<b>3</b>
Аудиторные занятия	72	72
в том числе:		
лекции	36	36
практические	36	36
лабораторные	-	-
Самостоятельная работа	72	72
Контроль	36	36
Форма промежуточной аттестации (экзамен)		
Итого	180	экзамен

**13.1. Содержание дисциплины:**

№	Наименование раздела	Содержание раздела дисциплины
---	----------------------	-------------------------------

п/п	дисциплины	
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Введение. Основные понятия теории вероятностей.	Предмет теории вероятностей. Необходимость и условия применения вероятностных методов в экономике. Предмет математическая статистика. Связь математической статистики с теорией вероятностей. Понятие испытания. Определение события. Виды событий. Действия над событиями. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность. Относительная частота. Устойчивость относительной частоты. Статистическое определение вероятности. Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных схем.
1.2	Вероятностное пространство. Основные теоремы теории вероятностей.	Множество элементарных событий. Множество событий. Понятие об алгебре множеств и о $\sigma$ -алгебре. Аксиомы Колмогорова. Понятие вероятностного пространства. Теорема сложения вероятностей для совместных и несовместных событий. Принцип практической невозможности маловероятных событий. Условная вероятность. Теоремы умножения для зависимых и независимых событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число появления события в последовательности независимых испытаний. Функция Лапласа, интегральная функция Лапласа и их применение для решения задач в условиях повторения испытаний.
1.3	Случайные величины и способы их задания.	Понятие случайной величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Дискретные и непрерывные случайные величины. Понятие закона распределения случайной величины. Ряд распределения дискретной случайной величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал.
1.4	Числовые характеристики случайных величин.	Математическое ожидание дискретных и непрерывных случайных величин. Мода. Медиана. Дисперсия дискретных и непрерывных случайных величин. Начальные и центральные моменты случайных величин. Асимметрия. Эксцесс. Вычисление числовых характеристик с использованием Excel.
1.5	Основные законы распределения.	Биномиальный закон. Гипергеометрическое распределение. Закон Пуассона. Равномерный закон. Нормальный закон. Вычисление вероятности попадания случайной величины, подчиненной нормальному закону, в заданный интервал. Правило "трех сигм". Показательное распределение. Примеры использования законов распределения для моделирования экономических процессов. Генерирование псевдослучайных чисел с заданным законом распределения в Excel.
1.6	Законы распределения вероятностей для функции от известных случайных величин.	Закон распределения монотонной функции одного аргумента. Закон распределения линейной функции от случайного аргумента, подчиненного нормальному закону. Закон распределения функции двух случайных величин
1.7	Закон больших чисел и центральная предельная теорема.	Понятие закона больших чисел. Роль закона больших чисел в изучении статистических закономерностей в экономике. Примеры действия закона больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Понятие центральной предельной теоремы. Понятие о теореме Ляпунова.

1.8	Статистическое описание результатов наблюдений.	Генеральная совокупность и выборка (выборочная совокупность). Выборка из одномерного и многомерного распределения. Способы отбора. Выборочное распределение. Вариационный ряд, его характеристики и графическое изображение. Гистограмма. Полигон. Выборочный аналог функции распределения – эмпирическая функция распределения и ее свойства. Числовые характеристики выборочного распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, медиана, асимметрия, эксцесс, выборочные моменты. Обработка результатов наблюдений с использованием Excel.
1.9	Статистические методы оценки параметров	Понятие оценки параметров. Свойства оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность. Точечные оценки параметров распределения. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал. Примеры построения доверительных интервалов. Оценки для выборочного среднего и выборочной дисперсии. Статистическое оценивание в Excel.
1.10	. Проверка статистических гипотез.	Описание гипотез. Простые и сложные гипотезы. Нулевая и конкурирующие гипотезы. Критерии проверки статистических гипотез. Уровень значимости и мощность критерия. Ошибки первого и второго рода. Проверка гипотез о законах распределения. Критерий согласия. Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий. Распределения вероятностей, используемые для проверки статистических гипотез (распределение Пирсона, распределение Стьюдента, распределение Фишера). Проверка гипотез с использованием Excel.
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Основные понятия теории вероятностей.	Действия над событиями. Решение задач с использованием комбинаторных схем. Классическое определение вероятности. Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных схем и классической формулы вероятности.
2.2	Основные теоремы теории вероятностей.	Решение задач с использованием теорема сложения вероятностей для совместных и несовместных событий; теоремы умножения для зависимых и независимых событий; формулы полной вероятности, формул Байеса Решение задач с использованием формулы Бернулли. Нахождение наименее вероятного числа появления события в последовательности независимых испытаний. Решение задач с использованием теоремы Пуассона, локальной и интегральной теорем Муавра – Лапласа.
2.3	Случайные величины и способы их задания.	Решение задач на построение ряда распределения дискретной случайной величины. Построение функции распределения дискретных и непрерывных случайных величин. Нахождение функции плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Нахождение вероятности попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал.
2.4	Числовые характеристики случайных величин.	Решение задач на вычисление математического ожидания дискретных и непрерывных случайных величин, моды, медианы, дисперсии дискретных и непрерывных случайных величин. Проверка основных свойств числовых характеристик. Начальные и центральные моменты случайных величин. Асимметрия. Эксцесс. Вычисление числовых характеристик с использованием Excel.
2.5	Основные законы распределения.	Решение задач на использование биномиального, геометрического, гипергеометрического законов распределения, закон Пуассона. Равномерный закон. Нормальный закон. Вычисление вероятности попадания случайной величины, подчиненной нормальному закону, в заданный интервал.

		вал. Правило “трех сигм”. Показательное распределение.
2.6	Законы распределения вероятностей для функции от известных случайных величин.	Закон распределения монотонной функции одного случайного аргумента. Закон распределения линейной функции от случайного аргумента, подчиненного нормальному закону. Закон распределения функции двух случайных величин.
2.7	Закон больших чисел и центральная предельная теорема.	Понятие закона больших чисел. Примеры действия закона больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева.
2.8	Статистическое описание результатов наблюдений.	Выборка из одномерного и многомерного распределения. Построение вариационного ряда, нахождение его характеристик и графическое изображение. Построение гистограммы, полигона. Выборочный аналог функции распределения – эмпирическая функция распределения. Вычисление числовых характеристик выборочного распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, медиана, асимметрия, эксцесс, выборочные моменты.
2.9	Статистические методы оценки параметров.	Понятие оценки параметров. Проверка свойства оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность. Нахождение точечных и интервальных оценок параметров распределения. Построение доверительных интервалов. Нахождение оценок для выборочного среднего и выборочной дисперсии.
2.10	Проверка статистических гипотез.	Простые и сложные гипотезы. Нулевая и конкурирующие гипотезы. Критерии проверки статистических гипотез. Уровень значимости и мощность критерия. Ошибки первого и второго рода. Проверка гипотез о законах распределения. Критерий согласия. Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий.

### 13.2 Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	Контроль	Всего
1	Введение. Основные понятия теории вероятностей.	3	4	6		13
2	Вероятностное пространство. Основные теоремы теории вероятностей.	6	6	13		25
3	Случайные величины и способы их задания.	4	6	8		18
4	Числовые характеристики случайных величин.	3	4	6		13
5	Основные законы распределения.	4	4	7		15
6	Законы распределения вероятностей для функции от известных случайных величин.	4	2	6		12
7	Закон больших чисел и центральная предельная теорема.	2	2	6		10
8	Статистическое описание результатов наблюдений.	2	2	4		8
9	Статистические методы оцен-	4	2	6		12

	ки параметров					
10	Проверка статистических гипотез.	4	4	10		18
	Контроль (экзамен)				36	36
	Итого:	36	36	72	36	180

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, контрольные работы, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся.

В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала, обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации.

Это позволит впоследствии вспомнить изученный материал, дополнить содержание при самостоятельной работе с литературой, подготовиться к экзамену. Необходимо задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций. Целесообразно дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой.

Практические занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении тем дисциплины.

Практические занятия позволяют развивать у обучающихся творческое теоретическое мышление, умение самостоятельно изучать литературу, анализировать практику; учат четко формулировать мысль, вести дискуссию, то есть имеют исключительно важное значение в развитии самостоятельного мышления.

В ходе подготовки к практическим занятиям обучающимся рекомендуется изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. При этом следует учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Рекомендуется также дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной рабочей программой.

В связи с тем, что активность обучающегося на практических занятиях является предметом контроля его продвижения в освоении курса, то подготовка к таким занятиям требует ответственного отношения.

Решение задач – выполнение обучающимися набора практических предметной области с целью выработки навыков их решения.

Прежде чем приступить к решению задач, обучающемуся необходимо ознакомиться с соответствующими разделами программы дисциплины по учебной литературе, рекомендованной программой курса; получить от преподавателя информацию о порядке проведения занятия, критериях оценки результатов работы; получить от преподавателя конкретное задание и информацию о сроках выполнения, о требованиях к оформлению и форме представления результатов.

При выполнении задания необходимо привести развернутые пояснения хода решения и проанализировать полученные результаты. При необходимости обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю по трудностям, возникшим при решении задач.

Самостоятельная работа обучающегося является основным средством овладения учебным материалом во время, свободное от обязательных учебных занятий. Самостоятельная работа обучающегося над усвоением учебного материала по учебной дисциплине может выполняться в библиотеке университета, учебных кабинетах, компьютерных классах, а также в домашних условиях. Содержание самостоятельной работы обучающегося определяется учебной программой дисциплины, методическими материалами, заданиями и указаниями преподавателя.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Хамидуллин, Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие : [16+] / Р. Я. Хамидуллин. – Москва : Университет Синергия, 2020. – 276 с. : табл., граф., ил. – (Университетская серия). – Режим доступа: по подписке. – URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=571503">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=571503</a> – Библиогр.: с. 250-251. – ISBN 978-5-4257-0398-9. – Текст : электронный.
2.	Трофимова, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / Е. А. Трофимова, Н. В. Кисляк, Д. В. Гилёв. — 2-е изд., стер. — Москва : ФЛИНТА, 2019. — 160 с. — ISBN 978-5-9765-4176-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/143775">https://e.lanbook.com/book/143775</a>
3.	Балдин, К. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукоусев. – 3-е изд., стер. – Москва : Дашков и К°, 2020. – 472 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=573173">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=573173</a> – Библиогр.: с. 433-434. – ISBN 978-5-394-03595-1. – Текст : электронный.
4.	Методические указания для самостоятельной работы студентов по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика" [Электронный ресурс] : для студ. 2 к. экон. фак. по направлениям "Экономика" и "Экон. безопасность" / Воронеж. гос. ун-т ; [сост. : В.В. Давнис , О.С. Воищева, Л.А. Шишкина, С.С. Щекунских ] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— 50 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1.	Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика:[учебник для студ. вузов, обуч. по экон. спец.]/ Н.Ш. Кремер – Москва: ЮНИТИ, 2010 – 550 с.- ISBN 978-5- 238-01270-4.
2.	Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для студ. вузов / В.Е. Гмурман .— Изд. 11-е, стер. — М. : Высш. шк., 2005 .— 478, [1] с. : ил., табл. — Предм. указ.: с.474-479 .— ISBN 5-06-004214-6.
3.	Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для студ. вузов / В. Е. Гмурман .— Изд. 10-е, стер. — М. : Высшая школа, 2005 .— 403, [1] с. : ил., табл. — ISBN 5-06-004212-X.
4.	Калинина В. Н. Математическая статистика : [Учебник для сред. спец. учеб. заведений] / В.Н. Калинина, В.Ф. Панкин .— 2-е изд., стер. — М. : Высш. шк., 1998 .— 335, [1] с. : ил. — ISBN 5-06-003496-8 : 17.60.

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

№	Источник
1.	« <a href="https://edu.vsu.ru/">https://edu.vsu.ru/</a> – образовательный портал «Электронный университет ВГУ»/LMC Moodle
2.	ЭБС «Университетская библиотека онлайн» : <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a>
3.	ЭБС «Издательство «Лань»» : <a href="http://www.e.lanbook.com/">http://www.e.lanbook.com/</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

Самостоятельная работа обучающихся направлена на самостоятельное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины. Самостоятельная работа является обязательной для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и ресурсами сети Internet, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме.

Вопросы, которые вызывают у обучающихся затруднения при подготовке, должны быть заранее сформулированы и озвучены во время занятий в аудитории для дополнительного разъяснения преподавателем.



Для обеспечения самостоятельной работы на кафедре Информационных технологий и математических методов в экономике разработаны методические указания к самостоятельной работе студентов.

Виды самостоятельной работы: конспектирование учебной и научной литературы; проработка учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе); работа в электронной библиотечной системе; работа с информационными справочными системами, выполнение домашних заданий (практических и теоретических); выполнение контрольных работ; подготовка к практическим занятиям; работа с вопросами для самопроверки.

№ п/п	Источник
1.	Методические указания для самостоятельной работы студентов по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика" [Электронный ресурс] : для студ. 2 к. экон. фак. по направлениям "Экономика" и "Экон. безопасность" / Воронеж. гос. ун-т ; [сост. : В.В. Давнис , О.С. Воищева, Л.А. Шишкина, С.С. Щекунских ] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— 50 с.

### 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Программа курса реализуется с применением дистанционных образовательных технологий

Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online». URL: [old.biblioclub.ru](http://old.biblioclub.ru)

Электронный каталог ЗНБ ВГУ. URL: [lib.vsu.ru](http://lib.vsu.ru)

### 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель: столы, стулья, доска, ноутбук, проектор, экран для проектора настенный, WHDMI-приемник, г. Воронеж, ул. Хользунова, 42в

### 19. Фонд оценочных средств:

#### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (модули, разделы дисциплины и их наименования)	ФОС (средства оценивания)
ОПК-2 способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	<b>Знать:</b> - основные понятия, теоремы и методы теории вероятностей и математической статистики необходимые для решения финансовых и экономических задач; - современные программные продукты, необходимые для решения финансовых и экономических задач; - о возможностях использования теоретико-вероятностных и статистических методов в профессиональной деятельности	Основные понятия теории вероятностей. Вероятностное пространство. Основные теоремы теории вероятностей. Случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин. Основные законы распределения. Законы распределения вероятностей для функ-	Тест

		ции от известных случайных величин. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.	
	<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- применять математические методы для решению различных практических задач.</li> <li>- осуществлять поиск, сбор и анализ информации, необходимый для решения поставленной экономической задачи.</li> <li>- вычислять вероятностные характеристики, применять стандартные процедуры построения статистических оценок, проверки гипотез</li> </ul>	Основные понятия теории вероятностей. Основные теоремы теории вероятностей.	Практические задания
	<p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- понятийно-категориальным аппаратом теории вероятностей и математической статистики;</li> <li>- навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;</li> </ul>	Основные понятия теории вероятностей. Основные теоремы теории вероятностей	Контрольная работа
ОПК-3 способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- теоретические положения всех разделов дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»;</li> <li>- основы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения финансовых и экономических задач.</li> </ul>	Основные понятия теории вероятностей. Вероятностное пространство. Основные теоремы теории вероятностей. Случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин. Основные законы распределения. Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров.	Тест
	<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- осуществлять выбор соответствующего математического инструментария, необходимого для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей;</li> <li>- анализировать результаты расчетов, обосновывать полученные выводы;</li> <li>- формулировать выводы математических решений в экономических и финансовых понятиях и терминах.</li> </ul>	Случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин. Основные законы распределения.	Практические задания

	<p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками применения современного математического инструментария для анализа полученных данных;</li> <li>- навыками практического применения основных математических методов, приемов математического моделирования, методов создания и анализа математических моделей экономических задач.</li> </ul>	Случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин. Основные законы распределения вероятностей для функции от известных случайных величин.	Контрольная работа
ПК-4 способностью на основе описания экономических процессов и явлений строить стандартные и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные положения современной аксиоматической теории вероятностей, типы случайных величин и основных законов распределения, методы построения статистических оценок, их свойства и характеристики, методы проверки статистических гипотез, способы описания статистических закономерностей при анализе случайных явлений.</li> </ul>	Вероятностное пространство. Случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин. Основные законы распределения вероятностей для функции от известных случайных величин. Закон больших чисел и центральная предельная теорема. Статистические методы оценки параметров. Проверка статистических гипотез.	Тест
	<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- осуществлять поиск, сбор и анализ информации, необходимый для решения поставленной экономической задачи;</li> <li>- осуществлять выбор соответствующего математического инструментария, необходимого для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей;</li> <li>- анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты;</li> <li>- прогнозировать на основе стандартных математических моделей развитие экономических процессов и явлений;</li> <li>- представлять результаты аналитической и исследовательской работы в виде выступления, доклада, презентации, аналитического отчета с использованием графиков, таблиц, диаграмм.</li> </ul>	Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров. Проверка статистических гипотез.	Практические задания

	<b>Владеть:</b> навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; - методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов, -навыками самостоятельной и исследовательской работы.	Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров. Проверка статистических гипотез.	Практические задания
<b>Промежуточная аттестация</b>			КИМ

## 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:

- владение теоретическими основами теории вероятностей и математической статистики;
- умение применять теоретические знания для решения практических задач;
- умение решать типовые задачи теории вероятностей и математической статистики,
- проводить их анализ, получать количественные соотношения;
- умение использовать математический аппарат при решении теоретических и прикладных задач;
- владение основными математическими понятиями в виде математических моделей наиболее существенных связей в экономике и финансах;
- владение математическими, статистическими и количественными методами решения типовых задач.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерий оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом теории вероятностей и математической статистики, способен применять теоретические знания для решения практических задач; умеет решать типовые задачи теории вероятностей и математической статистики, проводить их анализ, получать количественные соотношения; умеет использовать математический аппарат при решении теоретических и практических задач; демонстрирует умения по выполнению постановки типовых задач теории вероятностей и математической статистики и исследование методов их решения, владеет математическими, статистическими и количественными методами решения типовых задач.	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>
Обучающийся владеет понятийным аппаратом теории вероятностей и математической статистики, при применении теоретических знаний для решения практических задач допускает незначительные ошибки; при решении типовых задач теории вероятностей и математической статистики допускает незначительные вычислительные ошибки; умеет проводить анализ типовых задач теории вероятностей и математической статистики, получать	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>

количественные соотношения; умеет использовать математический аппарат при решении теоретических и практических задач; демонстрирует умения по выполнению постановки типовых задач теории вероятностей и математической статистики и исследование методов их решения владеет математическими, статистическими и количественными методами решения типовых задач.		
Обучающийся частично владеет теоретическими основами теории вероятностей и математической статистики, не умеет применять теоретические знания для решения практических задач, допускает ошибки при решении типовых задач теории вероятностей и математической статистики; способен фрагментарно проводить анализ типовых задач теории вероятностей и математической статистики, получать количественные соотношения; умеет фрагментарно использовать математический аппарат при решении теоретических и практических задач; владеет частично математическими, статистическими и количественными методами решения типовых задач.	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания теоретических основ теории вероятностей и математической статистики, допускает грубые ошибки при решении задач теории вероятностей и математической статистики, не умеет использовать математический аппарат при решении теоретических и практических задач.	<i>Низкий уровень</i>	<i>Неудовлетворительно</i>

Для оценивания уровня сформированности компетенций используется приведенная выше шкала, где оценки определяются по результатам  $R$  использования ФОС из следующих условий.  $R = RЭ + RC$ ,  $RЭ$  – экзаменационный балл (max 80),  $RC$  - аттестационные баллы семестра (max 20)., аттестационные баллы семестра складываются из баллов текущей аттестации (max 10) и выполнения самостоятельных заданий и заданий по лекциям (max 10).

- $R \geq 85$  (повышенный уровень): «отлично»
- $70 \leq R < 85$  (базовый уровень): «хорошо»;
- $50 \leq R < 70$  (пороговый уровень): «удовлетворительно»
- $R < 50$  (низкий уровень): «неудовлетворительно».

### **19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

#### **19.3.1 Перечень вопросов к экзамену:**

1. Понятие испытания. Пространство элементарных событий.
2. Определение событий. Виды событий. Действия над событиями.
3. Классическое определение вероятности.
4. Относительная частота. Устойчивость относительной частоты.
5. Статистическая вероятность.
6. Геометрическая вероятность.
7. Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных схем.
8. Пространство элементарных исходов. Событие и его вероятность.
9. Понятие об алгебре множеств и  $\sigma$ -алгебре. Аксиомы Колмогорова.

10. Понятие вероятностного пространства.
11. Теорема сложения вероятностей для несовместных событий.
12. Теорема сложения вероятностей для совместных событий.
13. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
14. Независимые события. Теорема умножения для независимых событий.
15. Вероятность появления хотя бы одного события.
16. Формула полной вероятности.
17. Формула Байеса.
18. Независимые испытания Бернулли. Теорема Бернулли.
19. Наивероятнейшее число появления события в последовательности независимых испытаний.
20. Формула Пуассона.
21. Приближенные формулы Муавра-Лапласа (локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа). Следствие интегральной теоремы Муавра-Лапласа.
22. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины.
23. Ряд распределения дискретной случайной величины.
24. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
25. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины и ее свойства.
26. Математическое ожидание дсв и нсв. Свойства математического ожидания.
27. Дисперсия дсв и нсв. Свойства дисперсии.
28. Мода, медиана, асимметрия, эксцесс.
29. Квантили. Понятие процентной точки.
30. Начальные и центральные моменты случайных величин, связь между ними.
31. Биномиальный закон распределения.
32. Геометрическое распределение.
33. Гипергеометрическое распределение.
34. Закон Пуассона.
35. Равномерный закон.
36. Показательное распределение.
37. Нормальный закон.
38. Вычисление вероятности попадания случайной величины, подчиненной нормальному закону, в заданный интервал. Правило «трех сигм».
39. Понятие закона больших чисел.
40. Неравенство Чебышева.
41. Теорема Чебышева.
42. Обобщенная теорема Чебышева.
43. Центральная предельная теорема.
44. Генеральная совокупность и выборка. Выборочное распределение.
45. Вариационный ряд, его характеристики. Гистограмма. Полигон.
46. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.
47. Числовые характеристики выборочного распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, медиана, асимметрия, эксцесс, выборочные моменты.
48. Понятие оценки параметра. Свойства оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность.
49. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал.
50. Оценки для выборочного среднего и выборочной дисперсии.
51. Описание гипотез. Простые и сложные гипотезы. Нулевая и конкурирующая гипотезы.
52. Критерии проверки статистических гипотез.
53. Уровень значимости и мощность критерия. Ошибки первого и второго рода.
54. Проверка гипотез о законах распределения.
55. Критерий согласия.
56. Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий.

### 19.3.2 Перечень практических заданий

1. Бросают игральную кость с шестью гранями и запускают волчок, имеющий восемь граней. Сколькими способами они могут упасть?
2. На вершину горы ведут пять дорог. Сколькими способами турист может подняться на гору и спуститься с нее? То же самое при условии, что спуск и подъем происходят по разным дорогам?
3. На ферме 20 овец и 24 свиньи. Сколькими способами можно выбрать одну овцу и одну свинью? Если такой выбор уже сделан, сколькими способами его можно сделать еще раз?
4. Имеется 6 пар перчаток разных размеров. Сколькими способами можно выбрать из них одну перчатку на правую руку и одну на левую, так чтобы они были разных размеров.
5. На собрании должны выступить 5 человек: А, Б, В, Г, Д. Сколькими способами можно расположить их в списке ораторов, при условии, что Б не должен до того, как выступит А?
6. На собрании должны выступить 5 человек: А, Б, В, Г, Д. Сколькими способами можно расположить их в списке ораторов, при условии, что Б должен выступить сразу же после А?
7. Найти сумму четырехзначных чисел, получаемых при всевозможных перестановках цифр 1; 2; 3; 4.
8. Сколько чисел меньших чем миллион, можно составить с помощью цифр 8 и 9?
9. Сколько нечетных четырехзначных чисел можно составить из цифр числа 3694, если каждую цифру можно использовать не более одного раза?
10. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «книга». Карточки перемешали, а затем наугад собрали их. Какова вероятность того, что опять собрали слово «книга»?
11. Среди изготовленных 15 деталей имеется 5 нестандартных. Определить вероятность того, что взятые наугад три детали окажутся стандартными.
12. На отдельных одинаковых карточках написаны цифры: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Все девять карточек перемешивают, после чего наугад берут четыре карточки и раскладывают в порядке появления. Какова вероятность получить при этом а) число 1234; б) любое четырехзначное четное число.
13. Восемь различных книг расставлены случайным образом на полке. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся поставленными рядом.
14. В 25 экзаменационных билетах содержится по два вопроса, которые не повторяются. Студент знает ответы на 45 вопросов. Какова вероятность того, что доставшийся ему билет состоит из подготовленных вопросов?
15. В двух ящиках находятся детали: в первом 10, из них 3 стандартные, во втором – 15, из них 6 стандартных. Из каждого ящика наугад вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что обе детали окажутся стандартными.
16. В студии телевидения три телевизионные камеры. Для каждой камеры вероятность того, что она включена в данный момент, равна 0,6. Найти вероятность того, что в данный момент включена хотя бы одна камера.
17. На базу поступило 50 ящиков овощей, из них 40 – первого сорта. Наудачу для проверки берут два ящика. Какова вероятность, что: а) оба содержат овощи первого сорта; б) разного сорта; в) одного сорта.
18. В магазин вошли три покупателя. Вероятность того, что каждый покупатель совершит покупку, равна 0,4. Найти вероятность того, что: а) два из них совершат покупки; б) ни один не совершит покупку; в) все три совершат покупки; г) по крайней мере два совершат покупку; д) хотя бы один купит товар.
19. На сборку поступают детали с трех станков, производительности которых соотносятся как 3:4:5. Брак продукции этих станков составляет 3%, 1% и 2% соответственно. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь из общей продукции станков – стандартная.
20. Страховая компания разделяет застрахованных по классам риска: I класс – малый риск, II класс – средний, III класс – большой риск. Среди этих клиентов 40% - первого класса риска, 35% - второго и 20% - третьего. Вероятность выплачивать вознаграждение для первого класса риска равна 0,01, второго – 0,04, третьего – 0,09.

Какова вероятность того, что застрахованный получит денежное вознаграждение за период страхования.

21. В магазин товар поставляется тремя фирмами в соотношении 5:8:7. Среди продукции первой фирмы брак составляет 10%, второй - 5%, третьей – 15%. Найти вероятность того, что: а) приобретенный товар окажется не бракованным; б) приобретенный товар оказался бракованным. Какой фирмой вероятнее всего он произведен?
22. Из 20 стрелков 7 попадают в цель с вероятностью 0,5; 8 – с вероятностью 0,7; и 5 – с вероятностью 0,5. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, поразив цель. К какой из групп вероятнее всего принадлежит этот стрелок?
23. Проводится 16 независимых испытаний с вероятностью успеха, равной 0,4. Найти наиболее вероятное число успешных испытаний.
24. Всхожесть семян некоторого растения составляет 80%. Найти вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдут: а) пять семян; б) не менее четырех; в) не более одного.
25. Сколько раз нужно подбросить игральную кость, чтобы наивероятнейшее число выпадения 6 очков было равно 50?
26. В автопарке 70 машин. Вероятность поломки машины равна 0,3. Найти наивероятнейшее число исправных автомобилей и вероятность этого числа.
27. Отдел контроля проверяет на стандартность 900 деталей. Вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,9. С вероятностью 0,9544 найти границы, в которых будет заключено число стандартных деталей.
28. Вероятность появления события в каждом из 400 независимых испытаний равна 0,8. Найти такое положительное число  $\varepsilon$ , чтобы с вероятностью 0,9876 абсолютная величина отклонения относительной частоты появления события от вероятности 0,8, не превысила  $\varepsilon$ .
29. В автопарке имеется 400 автомобилей. Вероятность безотказной работы каждого из них равна 0,9. С вероятностью 0,95 определить границы, в которых будет находиться доля безотказно работавших машин в определенный момент времени.
30. Вероятность того, что покупатель совершит покупку в магазине, 0,4. Составить закон распределения случайной величины  $X$  - числа покупателей, совершивших покупку, если магазин посетило 3 покупателя. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ .
31. Клиенты банка, не связанные друг с другом, не возвращают кредиты в срок с вероятностью 0,1. Составить закон распределения числа возвращенных в срок кредитов из 5 выданных. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ .
32. Контрольная работа состоит из трех вопросов. На каждый вопрос приведено 4 ответа, один из которых правильный. Составить закон распределения числа правильных ответов при простом угадывании. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.
33. Покупатель посещает магазины для приобретения нужного товара. Вероятность того, что товар имеется в определенном магазине, составляет 0,4. Составить закон распределения случайной величины  $X$  - числа магазинов, которые посетит покупатель из четырех возможных. Построить график распределения. Найти наиболее вероятное число магазинов, которые посетит покупатель.
34. Дан закон распределения дискретной случайной величины:

$x_i$	1	4	6	8
$p_i$	0,1	0,3	0,4	0,2

Найти интегральную функцию распределения случайной величины  $X$  и построить ее график.



Для оценки практических заданий используется 4- балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

### 19.3.3 Тестовые задания

#### Вариант 1

- Событие А – появление пяти очков при бросании игральной кости является:
  - 1) достоверным; 2) случайным; 3) невозможным; 4) несовместным
- Суммой событий А и В называется событие, состоящее:
  - 1) в появлении хотя бы одного из этих событий;
  - 2) в появлении события В и не появлении события А;
  - 3) в одновременном появлении этих событий;
  - 4) в одновременном не появлении этих событий.
- Формула классического определения вероятности события имеет вид:

$$1) P(A) \geq 1 - P(\bar{A}); \quad 2) P(A) = \frac{m}{n}; \quad 3) P(A) = m \cdot n \quad 4)$$

$$P(A) = m + n;$$

- Случайная величина называется непрерывной, если
  - 1) она может принимать определенные, фиксированные значения;
  - 2) в результате опыта она может принимать любые заранее неизвестные значения;
  - 3) она может принимать значения, сколь угодно мало отличающиеся друг от друга
  - 4) она принимает постоянное значение.
- Функцией распределения случайной величины X называется:
  - 1)  $F(x) = C$ ; 2)  $F(x) = P(X < x)$ ; 3)  $F(x) = P(X > x^2)$ ; 4)  $F(x) = 1 - P(X > x)$ .
- Страхуется 1200 автомобилей; считается, что каждый из них может попасть в аварию с вероятностью 0,08. Для вычисления вероятности того, что количество аварий среди всех застрахованных автомобилей не превзойдет 100, следует использовать формулу
  - 1) Пуассона; 2) полной вероятности; 3) Бернулли; 4) Байеса.
- Непрерывная случайная величина равномерно распределена на отрезке [-14; 26]. Ее математическое ожидание равно:
  - 1) 6
  - 2) 29/12
  - 3) 7
  - 4) 30/37
- Непрерывная случайная величина распределена по нормальному закону с плотностью распределения вероятностей  $f(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-10)^2}{50}}$ . Сформулировать «правило трех сигм» для данной случайной величины.
- Какие из следующих утверждений являются верными:
  - А) центральный момент первого порядка есть дисперсия св;
  - Б) центральные моменты могут быть выражены через начальные моменты;
  - В) начальный момент первого порядка есть математическое ожидание св;
  - Г) центральный момент второго порядка есть дисперсия св.
  - 1) А, Г
  - 2) Б, Г
  - 3) А, Б, Г
  - 4) Г
  - 5) Б, В, Г
- Свойством испытаний Бернулли является следующее:
  - 1) все исходы испытаний равновероятны;
  - 2) испытания заканчиваются одним из двух исходов;
  - 3) вероятность успеха определяется результатом одного произвольного испытания;
  - 4) все приведенные выше ответы верны.
- Для любой случайной величины X, имеющей математическое ожидание M(X), дисперсию D(X), и любого  $\varepsilon > 0$  справедливо неравенство:

$$1) P(|X - M(X)| \geq \varepsilon) \geq \frac{M(X)}{\varepsilon}; \quad 2) P(|X - M(X)| \geq \varepsilon) \geq \frac{D(X)}{\varepsilon^2};$$

$$3) P(|X - M(X)| \leq \varepsilon) \geq 1 - \frac{D(X)}{\varepsilon^2}; \quad 4) P(|X - M(X)| \leq \varepsilon) \geq \frac{D(X)}{\varepsilon^2}.$$

### Вариант 2

1. Бросают две монеты. События А - «герб на первой монете» и В – «цифра на второй монете» являются  
 1) совместными; 2) зависимыми; 3) несовместными; 4) независимыми
2. Произведением нескольких событий называется событие, состоящее  
 1) в совместном наступлении всех этих событий;  
 2) в наступлении одного из этих событий;  
 3) в наступлении хотя бы одного из этих событий;  
 4) в наступлении противоположного события.

3. Формула Байеса имеет вид:

$$1) P(A) = 1 - P(\bar{A});$$

$$2) P_A(H_i) = \frac{P(H_i)P_{H_i}(A)}{P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n)P_{H_n}(A)},$$

$$3) P(A) = P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n)P_{H_n}(A),$$

$$4) P(A) = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m q^{n-m}.$$

4.  $F(x)$  является функцией распределения некоторой случайной величины. Сколько утверждений из числа перечисленных являются справедливыми в любом случае?

$$1) F(x) \geq 1; \quad 2) F(-\infty) = 0; F(+\infty) = 1; \quad 3) 0 \leq F(x) \leq 1; \quad 4)$$

$F(x) = -5$ :

$$1) 0; \quad 2) 1; \quad 3) 2; \quad 4) 3; \quad 5)$$

4.

5. Непрерывная случайная величина распределена по нормальному закону с плотностью распределения вероятностей

$f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-5)^2}{32}}$ . Математическое ожидание случайной величины равно:

$$1) 4 \quad 2) 16 \quad 3) 5 \quad 4) 32$$

6. Непрерывная случайная величина распределена равномерно на интервале [5, 12]. Ее функция распределения имеет вид:

$$1) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5 \\ \frac{x-5}{7}, & 5 \leq x \leq 12 \\ 1, & x > 12 \end{cases} \quad 2) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5 \\ 1/7, & 5 \leq x \leq 12 \\ 1, & x > 12 \end{cases}$$

$$3) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5 \\ \frac{1}{5}, & 5 \leq x \leq 12 \\ 0, & x > 12 \end{cases} \quad 4) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5 \\ \frac{x-8}{3}, & 5 \leq x \leq 12 \\ 1, & x > 12 \end{cases}$$

7. Пусть  $X$  непрерывная случайная величина с плотностью  $f(x)$  и функцией распределения  $F(x)$ . Какое из следующих свойств верно:

$$1) P(a < X < b) = F(b) - F(a); \quad 2) P(a < X < b) = f(b) - f(a) \\ 3) P(a < X < b) = f(a) - f(b); \quad 4) P(a < X < b) = (F(b) + F(a)) / 2.$$

8. Пусть событие  $A$  может произойти совместно с некоторыми событиями (гипотезами)  $H_i$ . Какое условие нужно для применения формулы полной вероятности?

$$1) \text{ события } H_i \text{ образуют полную группу событий;} \\ 2) \text{ события } H_i \text{ независимы;}$$

- 3) события  $H_i$  содержат в себе один из двух исходов;
- 4) все приведенные ответы верны.
9. Из 400 студентов контрольную работу с первого раза успешно выполняют 60% студентов. Вероятность того, что 180 студентов успешно выполняют контрольную работу может быть найдена с использованием
- 1) формулы Пуассона;
  - 2) локальной теоремы Муавра – Лапласа;
  - 3) формулы Бернулли;
  - 4) формулы полной вероятности.
10. Если св  $X$  принимает только неотрицательные значения и имеет математическое ожидание, то для любого положительного числа  $A$  верно неравенство:
- 1)  $P(X \geq A) \leq 1 - \frac{M(X)}{A^2}$
  - 2)  $P(X \leq A) \geq \frac{M(X)}{A^2}$
  - 3)  $P(X \leq A) < \frac{M(X)}{A}$
  - 4)  $P(X \geq A) \leq \frac{M(X)}{A}$ .
11. Какое свойство НЕ выполняется для независимых случайных величин  $X, Y$ :
- 1)  $\text{cov}(X, Y) = 0$
  - 2)  $D(X+Y) = D(X)+D(Y)$
  - 3)  $M(XY) = M(X)M(Y)$
  - 4)  $D(XY) = D(X)D(Y)$

### Критерии оценки

Критерием оценивания тестов является оценка. Общая сумма баллов, которая может быть получена за аттестационный тест, соответствует количеству тестовых заданий. За каждое правильно решенное тестовое задание присваивается по 1 баллу.

### Шкала оценивания тестовых заданий:

Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если даны правильные ответы на 86-100% тестовых заданий;

Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если даны правильные ответы на 70-85% тестовых заданий;

Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если даны правильные ответы на 54-69% тестовых заданий;

Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если даны правильные ответы менее чем на 54% тестовых заданий.

### 19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ

#### Контрольная работа 1.

##### Вариант 1.

1. 20 человек рассаживаются на 5 скамейках по 4 человека на каждой. Найти вероятность того, что два данных лица окажутся сидящими рядом.
2. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9, второй – 0,9, третий – 0,8. Найти вероятность того, что хотя бы два экзамена будут сданы.
3. По самолету производится три одиночных выстрела. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,5, при втором – 0,6, при третьем – 0,8. Для вывода самолета из строя достаточно трех попаданий. При одном попадании самолет выходит из строя с вероятностью 0,3; при двух – 0,6. Найти вероятность того, что в результате трех выстрелов самолет будет сбит.
4. Вероятность пройти через заболоченный участок, не промолив ноги, равна 0,6. Какова вероятность того, что из 220 человек не промочат ноги от 120 до 133 человек. (Предполагается, что прохожие не используют опыт друг друга).

##### Вариант 2.

1. Лифт с 4 пассажирами останавливается на 10 этажах. Какова вероятность того, что два пассажира не выйдут на одном этаже?
2. Детали проходят три операции обработки. Вероятность появления брака во время первой операции равна 0,02, второй – 0,03, третьей – 0,02. Найти

- вероятность выхода стандартной детали, считая появление брака во время отдельных операций независимыми событиями.
- Сборщик получил три коробки деталей, изготовленных заводом №1 и две коробки, изготовленных заводом №2. Вероятность того, что стандартная деталь изготовлена заводом №1, равна 0,8, заводом №2 – 0,9. Сборщик наудачу извлек деталь из наугад взятой коробки. Найти вероятность того, что извлеченная деталь стандартна.
  - Чему равна вероятность  $p$  наступления события в каждом из 39 независимых испытаний, если наивероятнейшее число наступлений события в этих испытаниях равна 25?

## Контрольная работа 2.

### Вариант 1

- Стрелок, имея 4 патрона, стреляет по удаляющейся цели до первого попадания или до израсходования всех патронов. Составить закон распределения числа произведенных выстрелов, если вероятность попадания при первом выстреле равна 0,8, а при каждом следующем уменьшается на 0,1.

- Случайная величина задана интегральной функцией  $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1 \\ \frac{x^2}{8} - \frac{1}{8}, & \text{при } 1 < x \leq 3. \\ 1, & \text{при } x > 3 \end{cases}$ .

Найти дифференциальную функцию случайной величины  $X$ ; математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

- При сортировке случайные значения веса зерна распределены нормально со средним значением 0,15 г и средним квадратическим отклонением 0,03 г. Нормальные всходы дают зерна, вес которых более 0,10 г. Определить процент семян, от которых следует ожидать нормальные всходы.
- Найти функцию плотности распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины, равномерно распределенной в интервале (5; 11).

### Вариант 2

- Каждый из двух стрелков делает по два выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,8, а для второго 0,9. Составить закон распределения общего числа попаданий.

- Непрерывная случайная величина  $X$  задана дифференциальной функцией

$$\text{распределения } f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1 \\ \frac{3x^2 - 2x}{c}, & \text{при } 1 < x \leq 4. \\ 0, & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

Требуется найти значение параметра  $c$ ;

интегральную функцию распределения  $F(x)$ ; математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $X$ .

- Случайная величина  $X$  задана интегральной функцией:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -2 \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{2}, & \text{при } -2 < x \leq 2. \\ 1, & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина  $X$  примет значение меньше 1.

4. Автомат штампует детали. Контролируется длина детали, которая распределена нормально с математическим ожиданием (проектная длина), равным 50 мм, среднее квадратическое отклонение равно 3,6 мм. Найти вероятность того, что отклонение длины изготовленной детали от проектной, по абсолютной величине, не превзойдет 5 мм.

#### **Критерии оценки**

Каждому обучающемуся выдается вариант контрольной работы, состоящей из четырех задач. Критерием оценивания ответов на контрольную работу является оценка. Шкала оценивания контрольной работы:

оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если верно решены все предложенные задачи, возможно допущена одна вычислительная ошибка;

оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если верно решены три из четырех предложенных задач, или решены все задачи, но допущены ошибки в ходе решения;

оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если верно решены две из четырех предложенных задач, а решение остальных задач не приведено или они решены с грубыми ошибками;

оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если решено меньше двух задач или в целом все задачи решены неверно.

#### **19.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация по дисциплинам (модулям) с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) проводится в рамках электронного курса, размещенного в ЭИОС (образовательный портал «Электронный университет ВГУ» (LMS Moodle, <https://edu.vsu.ru/>)).

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме экзамена.

Обучающиеся, проходящие промежуточную аттестацию с применением ДОТ, должны располагать техническими средствами и программным обеспечением, позволяющим обеспечить процедуры аттестации. Обучающийся самостоятельно обеспечивает выполнение необходимых технических требований для проведения промежуточной аттестации с применением дистанционных образовательных технологий.

Идентификация личности обучающегося при прохождении промежуточной аттестации обеспечивается посредством использования каждым обучающимся индивидуального логина и пароля для входа в личный кабинет, размещенный в ЭИОС образовательной организации.

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в формах: письменных работ (контрольные). Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются количественные и качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.

**Пример контрольно– измерительного материала для промежуточной аттестации  
(экзамен)**

УТВЕРЖДАЮ  
заведующий кафедрой ИТ и ММЭ  
проф. Давнис В.В.

Направление подготовки / специальность 38.03.01 экономика  
Дисциплина Теория вероятностей и математическая статистика  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

**Контрольно-измерительный материал (тест) №1.**

**Теоретическая часть**

- События называются равновероятными, если
  - в результате испытания они обязательно происходят;
  - наступление одного из них исключает наступление любого другого;
  - в результате испытания ни одно из этих событий не является объективно более возможным;
  - в результате испытания события могут произойти или не произойти.
- Дискретная случайная величина  $X$  имеет закон распределения Пуассона с параметром  $\lambda > 0$ , если она принимает значения  $0, 1, 2, \dots, m, \dots$  (бесконечное, но счетное множество значений) с вероятностями**
- Формула сочетаний с повторениями имеет вид:**
- Сумма вероятностей противоположных событий равна:**
- При изменении параметра  $\sigma$  нормальная кривая
  - вырождается в стандартную кривую;
  - смещается вдоль оси абсцисс, не меняя формы;
  - вытягивается вверх, сжимаясь с боков;
  - становится более плоской, растягиваясь вдоль оси абсцисс.
- Условная вероятность это:**
- Медианой случайной величины называют такое значение случайной величины:**
- Пусть  $F(x)$  функция распределения вероятностей. Вероятность того, что случайная величина  $X$  примет значение из интервала  $(\alpha, \beta)$  равна:**
- $\mu_3$  является центральным моментом третьего порядка. Сколько из указанных ниже утверждений являются справедливыми? 1)  $\mu_3$  служит для характеристики крутости распределения; 2)  $\mu_3$  используют для вычисления коэффициента эксцесса; 3)  $\mu_3$  служит для характеристики асимметрии; 4)  $\mu_3$  - дисперсия случайной величины.
  - 0
  - 1
  - 2
  - 3
  - 4
- Если независимые случайные величины  $X_1, X_2, \dots, X_n$  имеют математические ожидания  $M(X_i)$  и дисперсии  $D(X_i)$ , то для любого  $\varepsilon > 0$  верно:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M(X_i)\right| < \varepsilon\right) = 1 - \frac{1}{n^2 \varepsilon^2} \sum_{i=1}^n D(X_i);$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M(X_i)\right| < \varepsilon\right) = \frac{1}{n^2 \varepsilon^2} \sum_{i=1}^n D(X_i);$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M(X_i)\right| < \varepsilon\right) = 1; \quad 4) \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M(X_i)\right| < \varepsilon\right) = M(X_i).$$

- Формула перестановки без повторений имеет вид:

$$1) P_n = \frac{n!}{m!} \quad 2) P_n = n! \quad 3) P_n = \frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!} \quad 4) P_n = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

12. Теорема сложения вероятностей для произвольных событий(с доказательством).

### ЗАДАЧИ

13. Случайная величина  $X$  имеет показательное распределение параметром  $2/3$ . Дисперсия  $X$  равна:

- 1)  $2/3$                       2)  $9/4$                       3)  $3/2$                       4)  $4/9$ .

**Ответ обосновать.**

14. Из цифр 0; 1; 9 можно составить пятизначных чисел:

- 1) 54                      2) 81                      3) 32                      4) 162.

**Ответ обосновать.**

15. Произведено три выстрела по цели из орудия. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,75; при втором – 0,8; при третьем – 0,9. Определить вероятность того, что будет по крайней мере два попадания. **Ответ обосновать решением.**

16. Вероятность быть изделию бракованным равна 0,05. Найти вероятность того, что среди 1000 изделий 40 бракованных. **Ответ обосновать решением.**

17. Дан закон распределения дискретной случайной величины  $X$

X	1	4	6	8
P	0,1	0,3	0,4	0,2

Найти интегральную функцию случайной величины  $X$ .

18. Рабочий обслуживает 3 станка, вероятности выхода из строя каждого из которых в течение часа соответственно равны 0,2, 0,15 и 0,1. Составить закон распределения числа станков, не требующих ремонта в течение часа. Найти математическое ожидание этой случайной величины. **Ответ обосновать решением.**

19. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины  $Z = 4X - 3Y$ , если  $M(X) = 6$ ,  $M(Y) = 5$ ,  $D(X) = 5$ ,  $D(Y) = 4$ , а случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы равны:

- 1) 19; 136              2) 9; 8                      3) 39; 32                      4) 39; 136                      5) 9; 136

**Ответ обосновать.**

20. Вероятность попадания в цель при стрельбе первого и второго орудий соответственно равны:  $p_1 = 0,8$ ;  $p_2 = 0,9$ . Вероятность попадания при одном залпе (из обоих орудий) только одним из орудий равна

- 1) 0,72                      2) 0,44                      3) 0,26                      4) 0,98

**Ответ обосновать.**

21. Случайная величина задана дифференциальной функцией

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1 \\ 1/16, & \text{при } 1 < x \leq 17. \\ 0, & \text{при } x > 17. \end{cases}$$

Вероятность попадания случайной величины в интервал

(9;12) равна:

- 1)  $9/16$                       2)  $3/16$                       3)  $12/16$                       4)  $12/17$

**Ответ обосновать.**

22. Дискретная случайная величина  $X$  задана рядом распределения

X	2	4	6
P	0,3	0,2	0,5

Математическое ожидание  $M(X^2 + 6)$  равно:

- 1) 24,1                      2) 1,59                      3) 16,4                      4) 28,4

**Ответ обосновать.**

23. Непрерывная случайная величина равномерно распределена на отрезке  $[-12; 26]$ . Ее математическое ожидание равно:

- 1) 5                      2)  $29/12$                       3) 7                      4)  $30/37$

**Ответ обосновать.**

24. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Н. с вероятностью 0,45. Если А играет черными, то А выигрывает с вероятностью 0,4. Гроссмейстеры А и Н, играют две шахматные партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Вероятность того, что А выиграет оба раза равна:
- 1) 0,85                      2) 0,9                      3) 0,18                      4) 0,82

**Ответ обосновать.**

УТВЕРЖДАЮ  
заведующий кафедрой ИТ и ММЭ  
проф. Давнис В.В.

Направление подготовки / специальность 38.03.01 экономика  
Дисциплина Теория вероятностей и математическая статистика  
Курс 2  
Форма обучения очная  
Вид аттестации промежуточная  
Вид контроля экзамен

### Контрольно-измерительный материал (тест) №2.

#### Теоретическая часть

1. Геометрической вероятностью события А называется
  - 1) конечное число исходов испытания;
  - 2) относительная частота появления этого события;
  - 3) численная мера степени объективной возможности наступления события;
  - 4) отношение меры области, благоприятствующей появлению события А, к мере всей области.
2. Пусть событие А означает – изделие изготовлено в срок, В – бракованное изделие. Выразить через А и В событие: «изделие доброкачественное и изготовлено в срок».
3. Сумма вероятностей событий, образующих полную группу равна:
4. Вероятность того, что в n испытаниях Бернулли произойдет m успехов, равна:
5. Формула полной вероятности имеет вид:

$$1) P(A) = 1 - P(\bar{A}); \quad 2) P_A(H_i) = \frac{P(H_i)P_{H_i}(A)}{P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n)P_{H_n}(A)},$$

$$3) P(A) = P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n)P_{H_n}(A) \quad 4) P(A) = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m q^{n-m}.$$

6. Разностью событий А и В называется событие
7. Непрерывная случайная величина распределена равномерно на интервале [5, 12]. Ее функция плотности распределения имеет вид:
8. Дискретная случайная величина X=m имеет геометрическое распределение с параметром p, если она принимает значения 1, 2, ..., m, ... с вероятностями:
9. Каково классическое определение вероятности:

$$1) P(A) = \frac{M}{N} \quad 2) P(X = m) = C_n^m p^m q^{n-m} \quad 3) P(X = m) = pq^{m-1} \quad 4) P(A) \text{ равна } 1, \text{ если } A \text{ произошло, и } 0, \text{ если } A \text{ не произошло}$$

10. Какие из перечисленных ниже свойств не являются свойствами функции плотности  $f(x)$ :

$$1) P(X < x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt \quad 2) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 \quad 3) f(x) \geq 0 \quad 4) \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1.$$

11. Если случайная величина X имеет конечные математическое ожидание и дисперсию, то любого  $\varepsilon > 0$  справедливо неравенство

$$1) P(|X - M(X)| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{D(X)}{\varepsilon^2} \quad 2) P(|X - M(X)| > \varepsilon) > 1 - D(X)$$



$$3) P(|X - M(X)| \leq \varepsilon) > 1 - \varepsilon^2$$

$$4) P(|X - M(X)| \leq \varepsilon) < \frac{D(X)}{\varepsilon^2}.$$

**12. Дисперсия случайной величины и ее свойства. Свойство о сумме (разности) дисперсий доказать.**

**ЗАДАЧИ**

**13.** Рассматривается случайная величина  $X$ , распределенная по закону Пуассона с математическим ожиданием равным 6. Дисперсия  $X$  равна:

- 1) 1/6                      2) 36                      3) 6                      4) 0,6                      5) 1/36

**Ответ обосновать.**

**14.** Два предприятия производят разнотипную продукцию. Вероятность их банкротства в течение года равны 0,1 и 0,2 соответственно. Тогда вероятность того, что не обанкротится ни одно предприятие, равна

- 1) 0,98                      2) 0,3                      3) 0,26                      4) 0,72

**Ответ обосновать.**

**15.** Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата втрое выше производительности второго. Первый автомат в среднем производит 79% деталей отличного качества, второй – 86%. Наудачу взятая с общего конвейера деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что эта деталь произведена вторым автоматом. **Ответ обосновать решением.**

**16.** При данном технологическом процессе 80% всей продукции оказывается высшего сорта. Определить наивероятнейшее число изделий высшего сорта в партии из 200 изделий и его вероятность. **Ответ обосновать решением.**

**17.** Случайная величина задана дифференциальной функцией:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1 \\ \frac{3x^2 - 2x}{c} & \text{при } 1 < x \leq 4. \\ 0 & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

Найти постоянную  $c$ ; математическое ожидание. **От-**

**вет обосновать решением.**

**18.** Найти дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ , заданной законом распределения:

$X$	-5	2	3	4
$P$	0,4	0,3	$p_3$	0,2

**Ответ обосновать решением.**

**19.** Из ящика, в котором находится 15 белых и 10 черных шаров, вынимают наудачу один шар. Вероятность того, что этот шар белый равна:

- 1) 3/5                      2) 1/10                      3) 1/12                      4) 5/11

**Ответ обосновать.**

**20.** Проводится  $n$  независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события  $A$  постоянна и равна 0,4. Тогда  $D(X)$  дискретной случайной величины  $X$  – числа появления события  $A$  в  $n=100$  проведенных испытаниях равна:

- 1) 24                      2) 80                      3) 2                      4) 40                      5) 16

**Ответ обосновать.**

**21.** В партии из восьми изделий три – высшего качества. Вероятность того, что среди отобранных (без возвращения) четырех изделий имеется ровно одно изделие высшего качества равна

- 1) 1/8                      2) 3/7                      3) 3/8                      4) 7/24                      5) 3/4.

**Ответ обосновать.**

**22.** Дискретная случайные величины  $X$  задана законом распределения

$X$	4	8
$P$	0,6	0,4

Тогда закон распределения вероятности случайной величины  $Y = \frac{1}{4} X$  имеет вид:

**Ответ обосновать.**

23. С первого станка на сборку поступает 45%, со второго 55% всех деталей. Среди деталей первого станка – 90% стандартных, второго – 80%. Тогда вероятность того, что взятая наудачу деталь будет нестандартной равна:

- 1) 0,325                      2) 0,15                      3) 0,155                      4) 0,845

**Ответ обосновать.**

24. Дискретная случайная величина задана законом распределения

X	-2	1	3
P	0,1	a	b

Тогда  $M(X)$  равно 2,1, если

- 1)  $a=0,7, b=0,2$ ;    2)  $a=0,4, b=0,5$ ;    3)  $a=0,2, b=0,7$ ;    4)  $a=0,35, b=0,65$

**Ответ обосновать.**